

2018 年成人高考学校招生全国统一考试

数 学

一、选择题:本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,将所选项前的字母填涂在答题卡相应题号的信息点上。

1. 已知集合 $A=\{2, 4, 8\}$, $B=\{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{6\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{2, 4, 8\}$ D. $\{2, 4, 6, 8\}$

2. 不等式 $x^2 - 2x < 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x|0 < x < 2\}$ B. $\{x|-2 < x < 0\}$ C. $\{x|x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ D. $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$

3. 曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是 ()

- A. $(-1, 0)$ B. $(1, 0)$ C. $(2, 0)$ D. $(0, 1)$

4. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 内为增函数的是 ()

- A. $y = x^{-1}$ B. $y = \sin x$ C. $y = x^2$ D. $y = 3^{-x}$

5. 函数 $f(x) = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的最小周期是 ()

- A. 4π B. 2π C. π D. $\frac{\pi}{2}$

6. 下列函数中, 为偶函数的是 ()

- A. $y = 1 + x^{-3}$ B. $y = 2^{-x}$ C. $y = x^{-1} - 1$ D. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

7. 函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图像向上平移一个单位后, 所得图像对应的函数为 ()

- A. $y = \log_2(x+1)$ B. $y = \log_2(x+2)+1$ C. $y = \log_2(x+2)-1$ D. $y = \log_2(x+3)$

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 公差 $d \neq 0$, a_2, a_3, a_6 成等比数列, 则 $d =$ ()

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

9. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 2 个不同的数, 这 2 个数都是偶数的概率为 ()

A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{3}{5}$

10. 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 的半径为 ()

A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{15}$ C. 4 D. 16

11. 双曲线 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 的焦距为 ()

A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{7}$

12. 已知抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 F, 点 A (0, 1), 则直线 AF 的斜率为 ()

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

13. 若 1 名女生和 3 名男生排成一排, 则该女生不在两端的不同排法共有 ()

A. 24 种 B. 16 种 C. 12 种 D. 8 种

14. 已知平面向量 $a = (1, t)$, $b = (-1, 2)$ 若 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$ 则 ()

A. $2t - 3m + 1 = 0$ B. $2t - 3m - 1 = 0$ C. $2t + 3m + 1 = 0$ D. $2t + 3m - 1 = 0$

15. 函数 $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ 的最大值是 ()

A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. -1

16. 函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图像与直线 $y = x + 1$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()

A. $2\sqrt{13}$ B. $5\sqrt{2}$ C. $\sqrt{13}$ D. 4

17. 设甲： $y = f(x)$ 的图像有对称轴；乙： $y = f(x)$ 是偶函数，则 ()

- A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
- B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
- C. 甲是乙的充要条件
- D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

二、填空题:本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分. 把答案写在答题卡相应题号后。

18. 过点 $(1, -2)$ 且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为_____.

19. 掷一枚硬币时，正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$ ，掷这枚硬币 4 次，则恰有 2 次正面向上的概率是_____

20. 已知 $\sin x = -\frac{3}{5}$ ，且 x 为第四象限角，则 $\sin 2x$ _____

21. 曲线 $y = x^2 - e^x + 1$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____

三、解答题:本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤，并将其写在答题卡相应题号后。

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式

(2) 若 $a_k = 128$ ，求 k

23. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=30^\circ$, $AB=2$, $BC=\sqrt{3}$, 求

(1) $\sin C$

(2) AC

24. 已知函数 $f(x)=x^3+x^2-5x-1$, 求

(1) $f(x)$ 的单调区间

(2) $f(x)$ 零点的个数

25. 已知椭圆 C 的长轴长为 4，两焦点分别为 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$

(1) 求 C 的标准方程

(2) 若 P 为 C 上一点， $||PF_1| - |PF_2|| = 2$ ，求 $\cos \angle F_1PF_2$

2018 年成人高考学校招生全国统一考试

数学答案与解析

1. 【答案】D

【解析】 $A \cup B = \{2, 4, 8\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$

2. 【答案】A

【解析】 $x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$ ，故解集为 $\{x | 0 < x < 2\}$

3. 【答案】B

【解析】曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 的对称中心是原点 $(0, 0)$ ，而曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 是由曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 向右平移 1 个单位形成的，故曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是 $(1, 0)$

4. 【答案】C

【解析】A、D 两项在 $(0, +\infty)$ 上为减函数，B 项在 $(0, +\infty)$ 不是单调函数。

5. 【答案】D

【解析】最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$

6. 【答案】D

【解析】D 项 $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ，则 $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$ ，故 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ 为偶函数。

7. 【答案】B

【解析】函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图像向上平移 1 个单位后，所得图像对应的函数为 $y-1 = \log_2(x-0+2)$ ，即 $y = \log_2(x+2)+1$

8. 【答案】A

【解析】 $\{a_n\}$ 为等差数列， $a_1=1$ ，则 $a_2=1+d$ ， $a_3=1+2d$ ， $a_6=1+5d$ ，
又因 a_2 ， a_3 ， a_6 成等比数列，则 $a_3^2=a_2 \cdot a_6$ ，即 $(1+2d)^2=(1+d)(1+5d)$ ，
解得 $d=0$ （舍去）或 $d=-2$ ，故选C。

9. 【答案】A

【解析】这2个数都是偶数的概率为 $P=\frac{C_2^2}{C_3^2}=\frac{1}{10}$

10. 【答案】C

【解析】圆 $x^2+y^2+2x-6y-6=0$ 可化为 $(x+1)^2+(y-3)^2=16$ ，故圆的半径
为4

11. 【答案】D

【解析】 $3x^2-4y^2=12$ 可化为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ ，即 $a^2=4$ ， $b^2=3$ ，则
 $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{7}$ ，则焦距 $2c=2\sqrt{7}$

12. 【答案】B

【解析】抛物线 $y^2=6x$ 的焦距为 $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ，则直线AF的斜率
 $k=\frac{0-(-1)}{\frac{3}{2}-0}=\frac{2}{3}$

13. 【答案】C

【解析】该女生不在两端的不同排法有 $C_2^1 C_3^3=12$ 种

14. 【答案】C

【解析】 $a+mb=(1,t)+m(-1,2)=(1-m,t+2m)$ ，又因 $a+mb$ 平行于向量
 $(-2,1)$ ，则 $1 \times (1-m) = -2 \times (t+2m)$ ，化简得 $2t+3m+1=0$

15. 【答案】A

【解析】当 $x = \frac{\pi}{9}$ 时，函数 $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 取最大值，最大值为 2

16. 【答案】B

【解析】由 $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = x + 1 \end{cases}$ ，得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$ ，即 A (-1, 0)，B (4, 5)，

$$\text{则 } |AB| = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}$$

17. 【答案】B

【解析】图像有对称轴的不一定是偶函数，但偶函数的图像一定有对称轴 y 轴，故选 B

18. 【答案】 $x - 3y - 7 = 0$

【解析】因为所求直线与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直，故可设所求直线方程为 $x - 3y + a = 0$ ；又直线经过点 (1, -2)，故 $1 - 3 \times (-2) + a = 0$ ，则 $a = -7$ ，即所求直线方程为 $x - 3y - 7 = 0$

19. 【答案】 $\frac{3}{8}$

【解析】恰有 2 次正面向上的概率是 $P = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{3}{8}$

20. 【答案】 $-\frac{24}{25}$

【解析】 x 为第四象限角，则 $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$ ，故

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = -\frac{24}{25}$$

21. 【答案】 $x + y = 0$

【解析】根据导数的几何意义，曲线在 (0, 0) 处的切线斜率

$k = y'|_{x=0} = -1$ ，则切线方程为 $y - 0 = -1 \cdot (x - 0)$ ，化简得 $x + y = 0$

22. 【答案】

(1) 由题设可知当 $n > 1$ 时, $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$

$$S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1), \text{ 则 } a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{4^n}{2}$$

当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = 2$

$$\text{综上 } a_n = \frac{4^n}{2}$$

(2) 由 $128 = \frac{4^k}{2}$, 解得 $k = 4$

23. 【答案】

(1) 由正弦定理 $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$, 可得 $\frac{2}{\sin C} = 2\sqrt{3}$, 即 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) 由余弦定理 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A$ 可得 $AC^2 - 2\sqrt{3}AC + 1 = 0$

解得 $AC = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 或 $AC = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

24. 【答案】

$$(1) f'(x) = 3x^2 + 2x - 5 = (3x + 5)(x - 1),$$

令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = -\frac{5}{3}$ 或 $x = 1$

当 $x < -\frac{5}{3}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\frac{5}{3} < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$;

当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$

故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right), (1, +\infty)$, 单调递减区间为 $\left(-\frac{5}{3}, 1\right)$

(2) 由 (1) 可知 $f(x)$ 在 $x = -\frac{5}{3}$ 时取得极大值 $f\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{148}{27} > 0$,

在 $x = 1$ 时取得极小值 $f(1) = -4 < 0, f(2) = 1 > 0$, 根据 (1) 关于 $f(x)$ 单调

性的结论, 可知 $f(x)$ 有 3 个零点

25. 【答案】

(1) 由已知可得 C 的长半轴的长 $a=2$ ，半焦距 $c=\sqrt{3}$ ，故 C 的短半轴的长 $b=\sqrt{a^2-c^2}=1$ ，又 C 的焦点在 x 轴上，所以 C 的标准方程为

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

(2) 根据椭圆的定义，可得 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ ，由题设知 $|PF_1| - |PF_2| = 2$ ，解得 $|PF_1| = 3$ ， $|PF_2| = 1$ ，又 $|F_1F_2| = 2\sqrt{3}$ ，所以在 $\triangle F_1PF_2$ 中，

$$\cos \angle F_1PF_2 = \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|} = -\frac{1}{3}$$